Bonjour, Le 15 juin 2020

Voici une nouvelle étude de fonction qui est l'exercice 2. 8) de la page 13.

J'attends vos travaux pour correction !!

$$f(x) = \frac{x^2-5x+6}{(x-1)^2}$$

1. C.E. : $(x-1)^2 \neq 0 \Leftrightarrow x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ donc $\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2. • Le domaine n'est pas symétrique par rapport à 0 donc f ni paire ni impaire

   • $\underline{G_f \cap Ox}$: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2-5x+6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = 3$
   donc $\underline{(2;0)}$ et $\underline{(3;0)}$

   $\underline{G_f \cap Oy}$: $f(0) = 6$ donc $\underline{(0;6)}$

   • Signe de f :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
x^2-5x+6		+	+	+	0	−	0	+	
$(x-1)^2$		+	0	+	+	+	+	+	
f		+	$\cancel{\exists}$	+	0	−	0	+	

3. $\underline{A.V.}$: $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$ donc $\underline{AV \equiv x = 1}$

$\underline{AH}$: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$ car $(x-1)^2 = x^2-2x+1$

$\Rightarrow \underline{AH \equiv y = 1}$

Position G_f : signe de $f(x) - 1 = \frac{\cancel{x^2}-5x+6-\cancel{x^2}+2x-1}{(x-1)^2}$

$= \frac{-3x+5}{(x-1)^2}$

x	$-\infty$		1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$-3x+5$		+	+	+	0	−	
$(x-1)^2$		+	0	+	+	+	
		+	$\cancel{\exists}$ AV	+	0	−	
		$\frac{G_f}{AH}$			p^t d'int ac AH en $(\frac{5}{3};1)$	$\frac{AH}{G_f}$	

AO : / car il existe une AH en $+\infty$ et en $-\infty$.

4. $f'(x) = \dfrac{(x-1)^2 \cdot (2x-5) - 2(x-1) \cdot 1 \cdot (x^2-5x+6)}{(x-1)^4}$

$= \dfrac{\cancel{(x-1)}\left[(x-1)\cdot(2x-5) - 2(x^2-5x+6)\right]}{(x-1)^{\cancel{4}3}}$

$= \dfrac{\cancel{2x^2} - 5x - 2x + 5 - \cancel{2x^2} + 10x - 12}{(x-1)^3}$

$= \dfrac{3x-7}{(x-1)^3}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{7}{3}$

x	$-\infty$		1		$\frac{7}{3}$		$+\infty$
$3x-7$		$-$	$-$	$-$	0	$+$	
$(x-1)^3$		$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	AV	$\searrow$	min $-0{,}13$	$\nearrow$	

$f\left(\frac{7}{3}\right) \simeq -0{,}13$ donc min $\left(\frac{7}{3} ; -0{,}13\right)$

5. $f''(x) = \dfrac{(x-1)^3 \cdot 3 - 3(x-1)^2 \cdot 1\,(3x-7)}{(x-1)^6}$

$= \dfrac{3\,\cancel{(x-1)^2}\left[\cancel{3}\,(x-1) - (3x-7)\right]}{(x-1)^{\cancel{6}4}}$

$= \dfrac{3(x-1-3x+7)}{(x-1)^4}$

$= \dfrac{3(-2x+6)}{(x-1)^4}$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$3(-2x+6)$		$+$	$+$	$+$	0	$-$	
$(x-1)^4$		$+$	0	$+$	$+$	$+$	
$f''(x)$		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\cup$	AV	$\cup$	PI 3	$\cap$	

$f(3) = 0$ donc $PI(3 ; 0)$

6. <u>T.R :</u>

x	$-\infty$		1		$\frac{7}{3}$		3		$+\infty$
f'		$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	
f''		$+$	$\nexists$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	
f	AH $y=1$ (au-dessus)		$+\infty$ AV $+\infty$		min $-0,13$		PI 0		AH $\equiv y=1$ (en-dessous)

7. Graphique voir Geogebra qui coïncide bien avec tous les renseignements